Министерство образования и науки Челябинской области

МБОУ «Непряхинская средняя общеобразовательная школа»

Направление «Физико–математическое»

Исследовательская работа.

**«Золотое сечение» — закон проявления гармонии в природе**

 Выполнила: Климова Анжелика,

 обучающаяся 6 класса

 Руководитель: Шарипова Ольга Игоревна,

 учитель математики

Чебаркульский муниципальный район с. Непряхино

2015

**Содержание**

Введение…………………………………………………………………………………..3

1. «Золотое сечение»
	1. Что такое «Золотое сечение»?.......................................................................4
	2. Исторические сведения о золотом сечении. Применение золотого сечения……………………………………………………………………………………...5
	3. Числа Фидия…………………………………………………………………7
2. Опытно-экспериментальное исследование растений на предмет соблюдения золотого сечения.
	1. Проведение исследования (инструменты, описание растений) ………....9
	2. Анализ результатов………………………………………………………...12

Заключение……………………………………………………………………………….13

Литература………………………………………………………………………………..14

Приложения………………………………………………………………………………15

**Введение**

В учебнике математики 6 класса автора Наума Яковлевича Виленкина на странице 145 в исторической справке дана информация о «золотом сечении» или «божественной пропорции». Эту историческую справку мы прочитали после того как прошли тему «Пропорции». В тексте говориться о том, что это сечение применяется в произведениях искусства и архитектуре, а также встречается в природе. Нам стало интересно, можно ли подтвердить правило «золотого сечения» на примере растений, произрастающих в кабинетах нашей школы.

Цель исследования: теоретически изучить и экспериментально проверить соблюдение правила «золотого сечения» в растительном мире.

Объект исследования: правило «золотого сечения».

Предмет исследования: «золотое сечение» в растительном мире.

Гипотеза исследования: растения с супротивным листорасположением в своём росте подчиняются правилу золотого сечения.

Задачи исследования:

1. Изучить математическую литературу в которой описывается «золотое сечение».
2. Выяснить происхождение «золотое сечение»
3. Узнать, где конкретно эта пропорция применяется или встречается.
4. Определить этапы, методы исследования.
5. Определить и описать растения, в которых оно, предположительно, может наблюдаться.
6. Выбрать растения для исследования в кабинетах школы.
7. Провести опытно-экспериментальное исследование растений на соблюдение божественной пропорции.
8. Провести математическую обработку данных.

Методы исследования и методики: теоретический анализ литературы, метод измерения длин, метод математической обработки данных исследования, анализ, сравнение систематизация,.

База исследования: исследование проводилось на базе МБОУ «Непряхинская СОШ», кабинет №5 (математика).

Это исследование может применяться в рамках изучения математики и биологии, во вне урочной деятельности: на экскурсиях по изучению окружающего мира, в различных экологических проектах.

1. **«Золотое сечение»**
2. **Что такое «Золотое сечение»?**

 «Золотое сечение» имеет множество других названий: гармоническое деление, золотое деление, божественная пропорция, деление в крайнем и среднем отношении, богическая пропорция.

В математике *пропорцией* (лат. proportio) называют равенство двух отношений: *a* : *b* = *c* : *d*.

Отрезок прямой *АВ* можно разделить на две части следующими способами:

* на две равные части – *АВ* : *АС* = *АВ* : *ВС*;
* на две неравные части в любом отношении (такие части пропорции не образуют);
* таким образом, когда *АВ* : *АС* = *АС* : *ВС*.

Последнее и есть золотое деление или деление отрезка в крайнем и среднем отношении.

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему.

*a* : *b* = *b* : *c* или *с* : *b* = *b* : *а*.



***Рис. 1.*** *Геометрическое изображение золотой пропорции*

Если отрезок *с* принять за 100 частей, то большая часть отрезка равна 62, а меньшая – 38 частям.

Свойства золотого сечения создали вокруг этого числа романтический ореол таинственности и чуть ли не мистического поклонения. [цит. по8]

1. **Исторические сведения о золотом сечении.**

**Применение золотого сечения.**

Иоганн Кеплер писал: “Геометрия владеет двумя сокровищами: одно из них - это теорема Пифагора, а другое - деление отрезка в среднем и крайнем отношении. Первое можно сравнить с мерой золота; второе же больше напоминает драгоценный камень”. [цит. по8]

Многие поколения математиков, скульпторов, художников считали деление отрезка в крайнем и среднем отношении эталоном совершенства. Есть мнение, что задача божественной пропорции была известна ещё Пифагорейцам (VI в. до н.э.).А Пифагор заимствовал идею золотого деления у египтян и вавилонян. Об этом свидетельствуют пропорции храмов, пирамиды Хеопса (XXVI в. до н. э.) и украшений из гробницы Тутанхамона (XIV в. до .н э). Изображения фараона Рамзеса (XIII в. до н. э.) соответствуют правилам золотого сечения. Зодчий Хесира изображен с измерительными инструментами в руках, в которых зафиксированы пропорции золотого деления.

В древние времена это знание было секретным и доступным только избранным.



***Рис. 2.*** Античный циркуль золотого сечения

В арабском переводе книги ‘’Начал’’ древнегреческого учёного Евклида (III век до н. э), во II книге даётся геометрическое построение золотого сечения.

В XIII в переводчик Евклида Дж. Компано, добавил к книге арифметическое доказательство.

В эпоху возрождения (XV – XVI в.) усилился интерес к золотому сечению среди учёных и художников в связи с его применениями как в геометрии, так и в искусстве, особенно в архитектуре. Итальянский монах Лука Пачоли посвятил золотому сечению трактат ‘’О божественной пропорции’’ (1509 год) (Бытует мнение, что иллюстрировал эту книгу Леонардо Давинчи.) В то же время, в германии, Альбрехт Дюрер подробно разрабатывает теорию пропорций человеческого тела.

Термин «золотое сечение» ввёл итальянский учёный Леонардо да Винчи (конец XV века).

Сам Леонардо да Винчи говорил: “Пусть никто, не будучи математиком, не дерзнет читать мои труды”.

Он говорил о пропорции человеческого тела.

“Если мы человеческую фигуру – самое совершенное творение Вселенной – перевяжем поясом и отмерим потом расстояние от пояса до ступней, то эта величина будет относиться к расстоянию от того же пояса до макушки, как весь рост человека к длине от пояса до ступней”.[цит по7]

Великий астроном XVI в. Иоган Кеплер первый обращает внимание на значение золотой пропорции для ботаники («Рост растений и их строение», 1596г.).

Кеплер называл золотую пропорцию продолжающей саму себя «Устроена она так, – писал он, – что два младших члена этой нескончаемой пропорции в сумме дают третий член, а любые два последних члена, если их сложить, дают следующий член, причем та же пропорция сохраняется до бесконечности».

Построение ряда отрезков золотой пропорции можно производить как в сторону увеличения (возрастающий ряд), так и в сторону уменьшения (нисходящий ряд).

Если на прямой произвольной длины, отложить отрезок *m*, рядом откладываем отрезок *M*. На основании этих двух отрезков выстраиваем шкалу отрезков золотой пропорции восходящего и нисходящего рядов



***Рис. 3.*** *Построение шкалы отрезков золотой пропорции*

В последующие века правило золотой пропорции превратилось в академический канон. В середине XIX в. В 1855 г. немецкий исследователь золотого сечения профессор Цейзинг опубликовал свой труд «Эстетические исследования». Он рассматривал золотое сечение без связи с реальными явлениями и абсолютизировал пропорцию золотого сечения, объявив ее универсальной для всех явлений природы и искусства. У Цейзинга были многочисленные последователи, но были и противники, которые объявили его учение о пропорциях «математической эстетикой».

Золотая пропорция заметна в человеческом теле (Приложение 1), в природе (Приложение 2), в архитектуре (Приложение 3), в скульптуре (Приложение 4), в изготовлении и росписи древнегреческих сосудов и в живописи (Приложение 5).

1. **Числа Фидия.**

К отрезку AB восстановим перпендикуляр BC = $\frac{1}{2} $AB. Затем проведём отрезок AC- это гипотенуза треугольника ABC. Построим окружность с центром в точке С и радиусом BC, и окружность с центром в точке А и радиусом AD, где D- точка пересечения первой окружности с отрезком AC. Точка Е, в которой вторая окружность пересекает отрезок AB, на две неравные части, и большая часть так относится к меньшей, как весь отрезок – к большей части, делит его в отношении Ф,т.е. АЕ : ЕВ = 𝛷



***Рис. 4.*** *Деление отрезка прямой по золотому сечению. BC = 1/2 AB; CD = BC*

В большинстве случаев рассматривают не отношение большего отрезка к меньшему, а обратную величину – отношение меньшего отрезка к большему-1/𝛷. Его обозначают буквой 𝜑.

Буква 𝛷 – такое обозначение принято в честь древнегреческого скульптора Фидия, он руководил строительством храма Парфенон в Афинах. В пропорциях этого храма часто употребляется число 𝜑.

𝛷 = $\frac{АВ}{АЕ}= \frac{АЕ}{ЕВ } ≈1,618 $, 𝜑 $≈ \frac{1}{Φ}$ $≈0,618 ≈ \frac{5}{8}$



 ***Рис 5.*** *Парфенон — главный храм в древних Афинах, посвященный покровительнице этого города и всей Аттики, богине Афине-Девственнице.*

Соответствие, выражаемое числом 𝛷, наиболее приятно для глаз. На многих фотографиях и пейзажах линия горизонта делит полотно по высоте в отношении, близком к 𝛷. При выборе размера картины старались, чтобы отношение ширины к высоте тоже равнялось 𝛷. Такой прямоугольник стали называть «золотым». Если от «золотого прямоугольника» отрезать квадрат, то снова получится «золотой прямоугольник», и так до бесконечности.

Также бывает «золотой треугольник». Это равнобедренные треугольники, у которых отношение длины боковой стороны к длине основания равняется 𝛷.

Пятиконечная звезда привлекает внимание своей совершенной формой, в ней наблюдается удивительное постоянство отношений составляющих её отрезков.

 

***Рис 6.*** *Пятиконечная звезда АD : АС = АС : СD = АВ : ВС = 𝛷.*

Пользуясь симметрией звезды, ряд неравенств может быть бесконечным.

1. **Опытно-экспериментальное исследование растений на предмет соблюдения золотого сечения.**
2. **Проведение исследования.**

***Описание растений***

Для исследования мы выбирали растения с прямостоячим стеблем и супротивным листорасположением. Определили их русские и латинские названия, сфотографировали растения и составили таблицу 1.

***Таблица 1.*** *Описание растений.*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Русское название | Латинское название | Фотография | № в работе |
| 1 | Толстянка овальная | Crassula ovata | D:\ноу\Фото\IMG_1336.JPG | 1, 2, 3 |
| 3 | Каланхоэ Дегремона | Calanchoe daigremontiona | D:\ноу\Фото\IMG_1335.JPG | 4 |
| 2 | Каланхоэ перистое | Calanchoe pinnata | D:\ноу\Фото\IMG_1331.JPG | 5, 6, 7, 8, |
| 4 | Колеус Блюме | Coleus blumei | D:\ноу\Фото\IMG_20150212_115301.jpg | 9 |

***Проведение измерений.***

Инструменты

Линейка измерительная.

Цена деления – 1 мм.

Мы определили узлы растений и измерили расстояния между последовательно идущими узлами (междоузлия). Рис 7. Полученные данные занесли в таблицу 2.

****

Междоузлие **a**

Междоузлие **b**

Узлы

***Рис. 7.*** *Схема проведения измерений*

***Обработка данных.***

Для математической обработки полученных данных использовали программу Microsoft Office Excel 2007.

 «Золотое сечение»- это пропорция, в которой большее так относится к меньшему, как всё к большему, и это отношение должно быть приблизительно равно числу Фидия. Чтобы подтвердить свою гипотезу мы искали отношение междоузлия **a** к междоузлию **b** и отношение **a + b** к **a.** Полученные результаты мы внесли в таблицу 2 и сравнили между собой и с числом Фидия. По таблице 2 составили сравнительную диаграмму 1.

***Таблица 2.*** *Сравнительная таблица данных.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ измерения** | **a** | **b** | **a:b** | **Ф** | **a+b/a** |
| 1 | 23 | 16 | 1,438 | 1,618 | 1,696 |
| 2 | 24 | 15 | 1,600 | 1,618 | 1,625 |
| 3 | 24 | 16 | 1,500 | 1,618 | 1,667 |
| 4 | 21 | 13 | 1,615 | 1,618 | 1,619 |
| 5 | 24 | 19 | 1,263 | 1,618 | 1,792 |
| 6 | 85 | 52 | 1,635 | 1,618 | 1,612 |
| 7 | 32 | 20 | 1,600 | 1,618 | 1,625 |
| 8 | 46 | 29 | 1,586 | 1,618 | 1,630 |
| 9 | 41 | 26 | 1,577 | 1,618 | 1,634 |

***Диаграмма 1.*** *Сравнение результатов исследования с числом Фидия.*

1. **Анализ результатов.**

Полученные данные показывают что в 78 % измерений отношение **a** к **b** приближенно равно отношению **a + b** к **a** и числу Фидия. Разница проявляется в сотых или в тысячных долях. Эта разница не существенна, так как число Фидия не имеет точного значения и линейка не даёт высокой точности измерений. Наша гипотеза совершенно не подтверждается только в одном растении из всех исследуемых.

**Заключение**

«Золотое сечение» является одним из проявлений гармонии в природе. Очень много ученых и выдающихся мыслителей прошлого интересовались «божественной пропорцией». Ей восхищались Платон, Евклид, Пифагор, Леонардо да Винчи, Иоган Кеплер и многие другие. Гармоническое деление и сейчас пользуется популярностью у многих учёных потому, что эта математическая загадка природы встречается во множестве явлений.

В результате проведённого исследования можно утверждать, что растения с супротивным листорасположением в своём росте подчиняются правилу «золотого сечения». В ходе исследования наша гипотеза подтвердилась в большинстве измерений.

Работу по поиску «божественной пропорции» в природе можно продолжать бесконечно, так как растительный и животный мир очень разнообразен и динамичен.

**Литература**

1. Математика: учеб. Для 6 кл. общеобразоват. учреждений Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И Шварцбурд. – 18-е изд. – М.: Мнемозина, 2006. – 288 с. 145 – 146.
2. Математика: Школьная энциклопедия. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2003. –  528 с. 91 – 92.
3. Математический энциклопедический словарь./ Гл. ред. Ю. В. Прохоров; Ред. Коллегия.: С. И. Адян, Н. С. Бахвалов, В. И. Битюцков и др. - М.: Сов. Энциклопедия, 1988. – 847 с. 219 – 220 .
4. Новый иллюстрированный энциклопедический словарь / под ред. В. И. Бородулина, А. П. Горкина, А. А. Гусева, Н. М. Ланда и др. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2005. – 912с. 268.
5. Универсальная школьная энциклопедия. Т. 1. А. – л / глав. Ред. Е. Хлебалина; вед. Ред. Д. Володихин. – М.: Аванта+ , 2004. – 528 с. 361.
6. Энциклопедия для детей. Т. 11 Математика / ред. Коллегия : М. Аксёнова, В. Володин и др.- М.: Аванта+ , 2005. – 688 с.190 – 192.
7. <http://rustimes.com/blog/post_1177437753.html> [аналитический блог](http://rustimes.com/goto_blog.htm) Лазарь Людмила Павловна.
8. <http://n-t.ru/tp/iz/zs.htm> Золотое сечение Виктор Лаврус

# Приложение 1

**«Золотое сечение» в теле человека**

Закон «золотого сечения» просматривается и в количественном членении человеческого тела. Сопоставляя длины фаланг пальцев и кисти руки в целом, а также расстояния между отдельными частями лица, можно найти «золотые» соотношения. Скульпторы утверждают, что талия делит совершенное человеческое тело в отношении «золотого сечения».



***Рис 8.*** *Древнеегипетский канон изображения стоящего человека, все пропорции человека связаны формулой “золотого сечения”.*


***Рис 9.*** *Пропорции человеческого тела.*

**Приложение 2**

**Золотое сечение в природе**

Форма спирально завитой раковины привлекла внимание Архимеда. Он изучал ее и вывел уравнение спирали. Спираль, вычерченная по этому уравнению, называется его именем. Увеличение ее шага всегда равномерно.



***Рис. 10.*** *Спираль Архимеда*

Импульсы роста цикория постепенно уменьшались в пропорции золотого сечения.



***Рис. 11.*** *Цикорий*

В ящерице с первого взгляда видна «божественная пропорция».



***Рис. 12.*** *Ящерица живородящая*



***Рис. 13.*** *Яйцо птицы*

**Приложение 3**

**Золотое сечение в архитектуре**

Золотое сечение в архитектуре применялось с древних времён.

****

***Рис. 14*** *Парфенон-храм в Афинах, построенный Фидием (V век до н.э.)*

Известный русский архитектор Казаков Матвей Федорович в своем творчестве широко использовал “золотое сечение”.

****

*Петровский дворец в Москве 1776-1796гг.*

***Рис. 15*** *Здания, построенные по проекту М.Ф. Козакова*

Один из наиболее известных архитектурный шедевров Москвы – дом Пашкова (1786 г.)– произведение Василия Ивановича Баженова.



***Рис. 16*** *Дом-Пашкова. В.И. Блаженов, Москва.*

О своем любимом искусстве В. Баженов говорил: “Архитектура – главнейшие имеет три предмета: красоту, спокойность и прочность здания … К достижению сего служит руководством знание пропорции, перспективы, механики или вообще физики, а всем им общим вождем является рассудок”

**Приложение 4.**

**Золотое сечение в скульптуре**

Памятники воздвигаются, чтобы сохранить образы прославленных людей, их подвиги и деяния.

Еще в древности основу скульптуры составляла теория пропорции. Отношение частей человеческого тела связывалось с формулой “золотого сечения”.

Пропорции “золотого сечения” создают впечатления гармонии, красоты, поэтому скульпторы использовали их в своих произведениях.



***Рис 17*** *Аполлон Бельведерский*



***Рис 18.*** *Скульптура богини Афины*

**Приложение 5**

**“Золотое сечение” в изобразительном искусстве.**



***Рис 19.*** *Изготовление и роспись сосудов в Древней Греции.*



***Рис. 20*** *портрете Моны Лизы - «Джоконда», Леонардо да Винчи*

****

 **Рис. 21** *«Венера», Боттичелли Сандро*

**Тезисы**

В учебнике математики за 6 класс Наума Яковлевича Виленкина говориться о «золотом сечении» или «божественной пропорции».

Наум Яковлевич пишет, что «золотое сечение» можно увидеть рассматривая расположение листьев на общем стебле растения. Интересно, так ли это?

«Золотое сечение» имеет множество других названий: гармоническое деление, золотое деление, божественная пропорция, деление в крайнем и среднем отношении, богическая пропорция.

Отрезок прямой *АВ* можно разделить на две части следующими способами:

* на две равные части – *АВ* : *АЕ* = *АВ* : *ВЕ*;
* на две неравные части в любом отношении (такие части пропорции не образуют);
* таким образом, когда *АВ* : *АЕ*= *АЕ* : *ВЕ*.

Последнее и есть золотое деление или деление отрезка в крайнем и среднем отношении. Когда весь отрезок так относиться к большей части, как большая к меньшей.

Иоганн Кеплер писал: “Геометрия владеет двумя сокровищами: одно из них - это теорема Пифагора, а другое - деление отрезка в среднем и крайнем отношении. Первое можно сравнить с мерой золота; второе же больше напоминает драгоценный камень”.

Свойства «золотого сечения» создали вокруг этого числа романтический ореол таинственности и чуть ли не мистического поклонения. Многие поколения математиков, скульпторов, художников считали деление отрезка в крайнем и среднем отношении эталоном совершенства.

«Золотое сечение» волновало умы учёных от Пифагора до наших дней. И было известно ещё в древнем Египте и Вавилоне.

«Божественная пропорция» находит применение в архитектуре, скульптуре, живописи и наблюдается в строении животных, растений и человеческого тела.

Великий астроном XVI в. Иоган Кеплер первый обращает внимание на значение золотой пропорции для ботаники («Рост растений и их строение», 1596г.).

В «золотой пропорции», отношение большего отрезка к меньшему равно 𝛷 = $\frac{АВ}{АЕ}= \frac{АЕ}{ЕВ } ≈1,618 $, а меньшего к большему𝜑 $≈ \frac{1}{Φ}$ $≈0,618 $. Эти числа называют числами Фидия.

В нашем кабинете математики мы выбирали девять растений с прямостоячим стеблем и супротивным листорасположением. На таких растениях лучше всего видно узлы.

С помощью линейки мы измерили расстояния между тремя последовательно идущими узлами. Нижнее междоузлие обозначили **a**, верхнее **b.**

Что бы подтвердить свою гипотезу мы искали отношение междоузлия **a** к междоузлию **b** и отношение **a + b** к **a.**

Занесли полученные данные в таблицу и сравнили наши результаты с числом Фидия (1,618). На сновании таблицы построили сравнительную диаграмму.

Полученные данные показывают что в 78 % измерений отношение **a** к **b** приближенно равно отношению **a + b** к **a** и числу Фидия. Разница проявляется в сотых или в тысячных долях. Эта разница не существенна так как число Фидия не имеет точного значения и линейка не даёт высокой точности измерений.

Одно растение дало менее точный, но всё же приближенный результат.

В результате проведённого исследования гипотеза, что растения с супротивным листорасположением в своём росте подчиняются правилу «золотого сечения» подтвердилась. Цель исследования достигнута.

Исходя из полученных результатов можно утверждать, что растения с супротивным листорасположением в своём росте подчиняются правилу золотого сечения.