

## Пояснительная записка

В связи с тем, что в последние годы в экзаменационные работы 9-ых, 11-ых классах включаются задания с параметрами и модулями, которым в школьном курсе отводится малое количество часов, и назрела необходимость разработки факультативных курсов и дидактических материалов по данной теме. При обучении математике на решение уравнений и систем отводится достаточно учебного времени. Однако навыки решения уравнений и систем оставляют желать лучшего, о чем свидетельствуют результаты вступительных экзаменов в ВУЗы и техникумы. Часто выпускник школы обнаруживает, казалось бы, хорошие знания в области теории, знает все требуемые определения, но затрудняется в решении более сложных задач, какими и являются задачи с параметром.

Умение решать уравнения и системы уравнений с параметром способствует развитию исследовательских навыков, при условии использования учащимися рациональной и систематизированной методики. Овладеть ею и поможет факультативный курс, который можно начать с 7 класса.

При изучении данного курса ставятся цели:

- Расширение знаний теоретического материала, необходимого для решения конкретных математических задач;
- Интеллектуальное развитие ребёнка;
- Развитие творческих способностей учащегося

Данные разработки уроков являются частью изучения факультативного курса. Можно начинать изучать данный курс и с 9, 10 класса. В этом случае количество часов, отводимое на изучение темы «Решение уравнений и систем уравнений» значительно уменьшится, т.к. в этих классах идёт уже изучение тригонометрических, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений. Большинство заданий по своему содержанию существенно отличаются от тех, которые рассмотрены в школьных учебниках, решение их нестандартны. Представлен материал, умение решать который необходимо для более успешной сдачи выпускных и вступительных экзаменов

### Содержание факультативного курса «Задачи с параметрами»

В последние годы задачи с параметрами (прежде всего уравнения и неравенства с одним параметром) постоянно встречаются на вступительных экзаменах в высшие учебные заведения.

Задачи с параметрами для учеников массовой школы являются непривычными, а для многих из них сложными. Часто изобилие всевозможных вариантов и подвариантов, на которые распадается основной ход решения, вызывают трудности в выписывании ответа.

Впервые знакомиться с параметрами полезно в 7-м классе при изучении линейных уравнений, чтобы ученики привыкли к понятию «параметр» и не испытывали затруднений при изучении этой темы в старших классах. Кроме того, задачи с параметрами хорошо развивают логическое мышление, тренируют внимание и память.

Прежде чем ввести понятие «параметр» ученикам необходимо напомнить роль буквы в алгебре и предложить задания в которых надо выразить одну переменную через другую.

Выразите  $x$  через другие переменные:

$$\text{а) } y = \frac{2a}{3x-1} - 2b$$

$$\text{б) } y = \left( \frac{5}{bx-c} - 9d \right) \cdot 13a$$

$$\text{в) } y + 3k = \frac{2x+3}{8} + 15c$$

$$\text{г) } \frac{2y+9a}{8} = \frac{ax+13}{d} + k$$

$$\text{д) } \frac{(2x+5b)}{18} = 4$$

**План-конспект урока по теме:  
«Решение уравнений, содержащих параметры».**

**Цель урока:** ввести понятие «параметр»; формировать умение решать линейные уравнения с параметром; научиться выписывать ответ, развивать исследовательскую и познавательную деятельность.

**Ход урока:**

1. *Организационный момент.*
2. *Объяснения нового материала (беседа)*

Вспомним, что называется линейным уравнение с одной переменной (по учебнику под. С.А.Теляковского)

Определение: Уравнение вида  $ax = b$ , где  $x$  – переменная,  $a$  и  $b$  – некоторые числа, называется линейным уравнением с одной переменной.

Алгоритм решения уравнения  $ax = b$ .

- 1) если  $a \neq 0$ , то  $x = \frac{b}{a}$ ;
- 2) если  $a = 0$ ,  $b \neq 0$ , то корней нет ( $0x = b$ )
- 3) если  $a = 0$ , то  $x$  – любое ( $0x = 0$ )

1. Повторим на простых примерах, что значит решить уравнение

$$2x - 2 = -1, \quad 2x = 1, \quad x = \frac{1}{2}$$

$$14x = -4, \quad x = -\frac{4}{14}, \quad x = -\frac{2}{7}$$

Обратить внимание учащихся на то, что мы выразили неизвестное, которое надо найти, через числа.

Показать, что в уравнении помимо неизвестного могут быть введены другие буквы и буквенные выражения.

Например:  $ax = a - 1$

$$(b + 2)x = (b + 2) - 1$$

$$k^2x = k^2 - 1$$

При этом, как всегда в алгебре, мы полагаем, что буквы могут принимать любые числовые значения.

Например, задавая произвольно значения  $a$  для уравнения  $ax = a - 1$ , получим:

$$2x = 2 - 1 \text{ при } a = 2;$$

$$3x = 3 - 1 \text{ при } a = 3;$$

$$0x = -1 \text{ при } a = 0;$$

$$-4x = -4 - 1 \text{ при } a = -4.$$

Пример 1: Решите уравнение  $x + 2 = a + 7$  относительно  $x$ .

Переменную, которую надо найти, будем называть неизвестной,  $a$  переменную, через которую будем выражать искомую неизвестную, назовем параметром.

Решить уравнение с параметром – это значит для каждого значения параметра найти значение неизвестной переменной, удовлетворяющее этому уравнению.

$$x + 2 = a + 7$$

$$x = 5 + a$$

Значение  $x$  находится по формуле  $x = 5 + a$ , подставляя в нее задаваемые значения параметра  $a$ . Заметим, что значения параметра  $a$  задаем произвольно.

$$\text{В нашем примере: при } a = 3 \quad x = 8$$

$$\text{при } a = 0 \quad x = 5$$

$$\text{при } a = -4 \quad x = 1$$

Ответ запишем так: при любом значении параметра  $a \quad x = 5 + a$ .

Поставим задачу, обратную данной.

Пример 2: При каком значении параметра  $a \quad x = 2,5$  является корнем уравнения  $x + 2 = a + 7$ ?

Решение: Т.к.  $x = 2,5$  корень уравнения  $x + 2 = a + 7$ , то при подстановке  $x = 2,5$  в уравнение получим верное равенство:  $2,5 + 2 = a + 7$

$$a = -2,5$$

Ответ: при  $a = -2,5$ .

Придумайте линейное уравнение с параметром и решите его.

2. Посмотрите на данные и скажите, при каких значениях  $x$  выражение не имеет смысла:

а)  $\frac{5-x}{x+4}$

б)  $\frac{3}{2x-8}$

в)  $\frac{2x+1}{x}$  ?

Ответ: а) при  $x = -4$ ; б) при  $x = 4$ ; в) при  $x = 0$ .

Пример 3: Решите уравнение  $ax = 1$

Решение:  $ax = 1$

$$x = \frac{1}{a}$$

Обратить внимание учащихся на конструкцию записи ответа:

1) при  $a \dots$   $x \dots$

2) если  $a \dots$ , то  $x \dots$

В нашем примере можно записать следующим образом

Ответ: если  $a = 0$ , то корней нет,

$$\text{если } a \neq 0, \text{ то } x = \frac{1}{a}.$$

Пример 4: Решите уравнение  $ax + 8 = a$  ( $a$  – параметр)

Опишем ход решения. Итак, коэффициент при  $x$  равен  $a$ . Возникают два возможных случая:

1) коэффициент при  $x = 0$  и уравнение примет вид  $0x = 8$  – не имеет корней уравнение;

2) коэффициент при  $x \neq 0$  и мы имеем право разделить обе части уравнения на этот

коэффициент:

$$a \neq 0, ax + 8 = a, ax + 8 = a, x = \frac{a-8}{a}$$

Ответ: при  $a = 0$  – нет корней,

$$\text{при } a \neq 0 \quad x = \frac{a-8}{a}.$$

Пример 5: Решите уравнение  $(a-1)x = 12$

Решение:  $(a-1)x = 12$

$$x = \frac{12}{a-1}$$

Ответ: если  $a = 1$ , то корней нет,

$$\text{если } a \neq 1, \text{ то } x = \frac{12}{a-1}.$$

Пример 6: Решите уравнение  $x(a+2) - a(1-x) = 3$

Решение:  $x(a+2) - a(1-x) = 3$

$$ax + 2x - a - ax = 3$$

$$2ax + 2x - 3 = a$$

$$2x(a+1) - 3 = a$$

$$x = \frac{3+a}{2(a+1)}$$

Ответ: если  $a = -1$ , то корней нет,

$$\text{если } a \neq -1, \text{ то } x = \frac{3+a}{2(a+1)}.$$

Один из учеников демонстрирует свой пример на доске.

**3. Фронтальная работа с классом.**

**4. Самостоятельная работа (обучающая)**

**Вариант 1**

1) Найдите значение  $a$ , при котором число 2 является корнем уравнения  $x(a-2) - a(1-x) = 3$

Ответ:  $a = 2\frac{1}{3}$ .

2) Решите уравнения:

а)  $2x - 3(x-a) = 3 + a$

Ответ:  $x = 2a - 3$

б)  $ax - 3(1+x) = 5$

Ответ: если  $a = 3$ , то корней нет,

$$\text{если } a \neq 3, \text{ то } x = \frac{8}{a-3}.$$

в)  $\frac{ax-2}{2} = \frac{3-ax}{4}$

Ответ: если  $a = 0$ , то корней нет,

$$\text{если } a \neq 0, \text{ то } x = \frac{7}{3a}.$$

**Вариант 2**

1) Найдите значение  $a$ , при котором число 3 является корнем уравнения  $a(1+x) - x(1-a) = 4$

Ответ:  $a = 1$ .

2) Решите уравнения:

а)  $a + 6(x-1) = 2a + x$

Ответ:  $x = \frac{1}{5}(a+6)$ .

б)  $7 - ax = 2(3+x)$

Ответ: если  $a = -2$ , то корней нет,

$$\text{если } a \neq -2, \text{ то } x = \frac{1}{a+2}.$$

в)  $\frac{5-ax}{3} = \frac{7-ax}{6}$

Ответ: если  $a = 0$ , то корней нет,

$$\text{если } a \neq 0, \text{ то } x = \frac{3}{a}.$$

### Вариант 3

1) Найдите значение  $a$ , при котором число 5 является корнем уравнения  $x(a-3) - x(2-a) = 2$

$$\text{Ответ: } a = -1\frac{1}{7}.$$

2) Решите уравнения:

а)  $4x - 6(x-a) = 6 + a$

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{2}(5a-6).$$

б)  $2ax - 5(2+x) = 7$

Ответ: если  $a = -2,5$ , то корней нет,

$$\text{если } a \neq -2,5, \text{ то } x = \frac{17}{2a-5}.$$

в)  $\frac{ax+4}{3} = \frac{5-2ax}{7}$

Ответ: если  $a = 0$ , то корней нет,

$$\text{если } a \neq 0, \text{ то } x = -\frac{1}{a}.$$

### Вариант 4

1) Найдите значение  $a$ , при котором число 1 является корнем уравнения  $4(x+a) - x(a-2) = 3$

$$\text{Ответ: } a = -1.$$

2) Решите уравнения:

а)  $3a + 18(x-3) = 6a + 2x$

$$\text{Ответ: } x = \frac{3a+54}{16}.$$

б)  $10 - 2ax = 7(6+2x)$

Ответ: если  $a = -7$ , то корней нет,

$$\text{если } a \neq -7, \text{ то } x = \frac{16}{a+7}.$$

в)  $\frac{8-3ax}{5} = \frac{4-2ax}{10}$

Ответ: если  $a = 0$ , то корней нет,

$$\text{если } a \neq 0, \text{ то } x = \frac{3}{a}.$$

**5. Задания на дом:**

1) Подберите число  $a$  так, чтобы уравнение  $4x - 3 = 2x + a$  имело корень:

а)  $x = 1$ , б)  $x = -1$ , в)  $x = \frac{1}{2}$ , г)  $x = 0,3$ .

2) Выясните, имеет ли уравнение корни при заданном значении  $a$ :

а)  $3x + a = 3x + 5$  при  $a = 1$

б)  $\frac{1}{2}x + 3 = 2x + a$  при  $a = 4$

3) Решите уравнения:

а)  $10x + 15(x + a) = 12 - 3a$

б)  $\frac{1}{8}(7ax - 9) = \frac{1}{5}(13 - 4ax)$

в)  $9ax + 5(4 + 8x) = -13$ .

Ответы:

1) а)  $a = -1$ ; б)  $a = -5$ ; в)  $a = -2$ ; г)  $a = -2,4$ .

2) а) корней нет; б) корни есть.

3) а)  $x = \frac{1}{25}(12 - 18a)$ ; б) если  $a = 0$ , то корней нет, если  $a \neq 0$ , то  $x = \frac{149}{67a}$ ; в) если

$a = -\frac{40}{9}$ , то корней нет, если  $a \neq -\frac{40}{9}$ , то  $x = -\frac{33}{9a + 40}$ .

**6. Итог урока.**

*Учитель Нестеренко Елена Васильевна  
Приморский край  
с. Покровка*